**«Применение производных при решении различных задачматематики»**

**Производные в комплексном анализе**

В комплексном анализе (анализе функций комплексных переменных), центральными объектами изучения являются [голоморфные функции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D1%80%D1%84%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F), которые являются комплекснозначными функциями на плоскости [комплексных чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE) и удовлетворяющие соответственно расширенному определению дифференцируемости.

[Производная Шварца](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B2%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%BD%D1%82_%D0%A8%D0%B2%D0%B0%D1%80%D1%86%D0%B0) описывает, как комплексная функция аппроксимируется [дробно-линейным отображением](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BD%D0%BE-%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), аналогично тому, как обычная производная описывает, как функция аппроксимируется линейным отображением.

**Производные в алгебре и алгебраической геометрии**

[Дифференцирование](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5_(%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0)) в общей алгебре — это линейное отображение на [кольце](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%86%D0%BE_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) или [алгебре](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0_%D0%BD%D0%B0%D0%B4_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D0%BC), которое удовлетворяет закону Лейбница ([правилу произведения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)). Они изучаются в чистой алгебраической постановке в [дифференциальной теории Галуа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%93%D0%B0%D0%BB%D1%83%D0%B0), но также появляются во многих других областях, где они часто употребляются с менее строгими алгебраическими определениями производных.

В [алгебраической геометрии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F) [кэлеров дифференциал](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D1%80%D0%BE%D0%B2_%D0%B4%D0%B8%D1%84%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB" \o "Кэлеров дифференциал) позволяет расширить определение внешней производной на произвольные [алгебраические многообразия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D0%B5), вместо просто [гладких](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D0%B5) [многообразий](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B8%D0%B5).

**Другие обобщения**

Вполне можно скомбинировать два или больше различных понятий расширения или абстракции простой производной. Например, в [геометрии Финслера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%A4%D0%B8%D0%BD%D1%81%D0%BB%D0%B5%D1%80%D0%B0) изучаются пространства, которые [локально](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9B%D0%BE%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE&action=edit&redlink=1) выглядят как [банаховы пространства](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D1%85%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE" \o "Банахово пространство). Таким образом можно создать производную с некоторыми особенностями [функциональной производной](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F) и [ковариантной производной](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F).

В области [квантовых групп](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D1%83%D0%BF%D0%BF%D0%B0) [{\displaystyle q}-производная](https://ru.wikipedia.org/wiki/Q-%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F)  это [{\displaystyle q}-деформация](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=Q-%D0%B4%D0%B5%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F&action=edit&redlink=1) обычной производной функции.